

# Mjerila varijabilnosti – disperzije



# PROCESI DISPERZIJE

◆ Primjer dva uzorka A i B

5 6 7 8 9

1 4 7 10 13

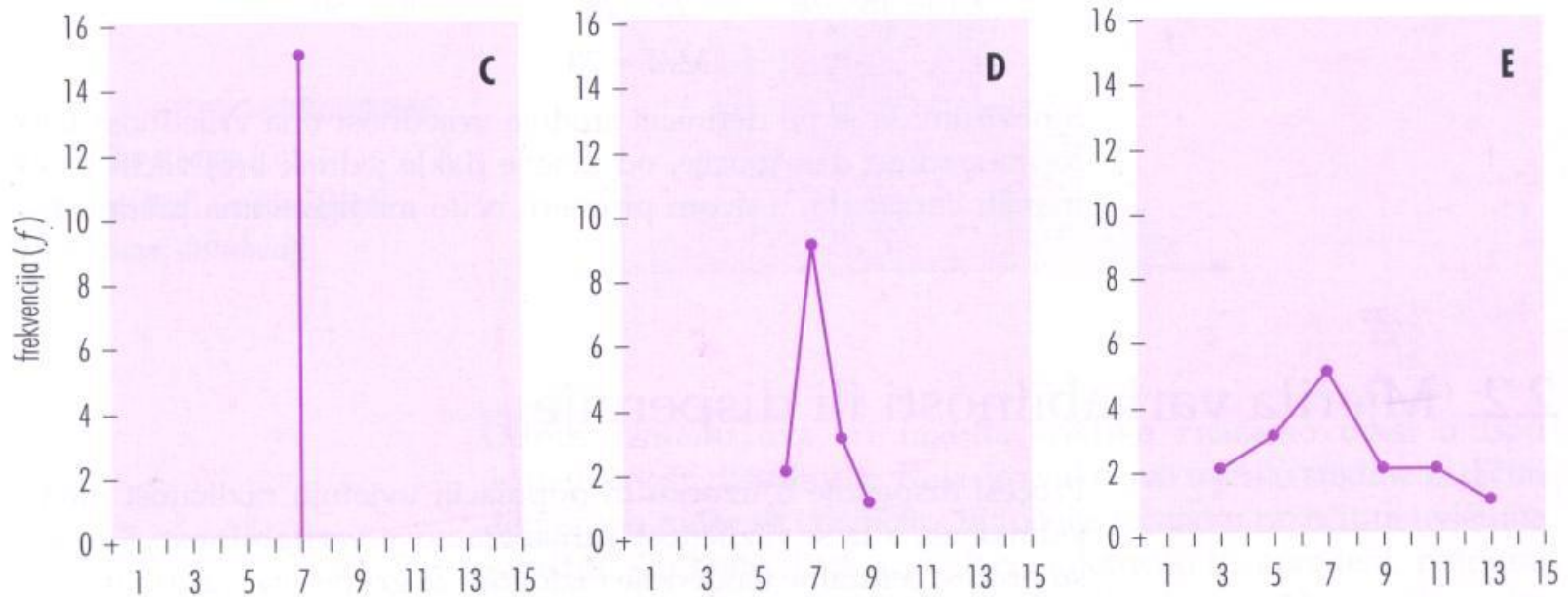
◆ Ista veličina uzorka ( $n=5$ ), aritmetička sredina(7),

Medijana (7)

Veća različitost među varijantama uzorka B

# Frekvencijski poligoni uzoraka različitih varijabilnosti

Uzorak C	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
Uzorak D	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	9	
Uzorak E	3	3	5	5	5	7	7	7	7	7	9	9	11	11	13



SLIKA 4.

## Tri uzorka jednakih veličina

- Uzorak C sve su varijante iste
- Uzorak D varijante grupirane oko sredine poligon “uzak i šiljast”
- Uzorak E varijante različitiije poligon “širi i manje šiljast”

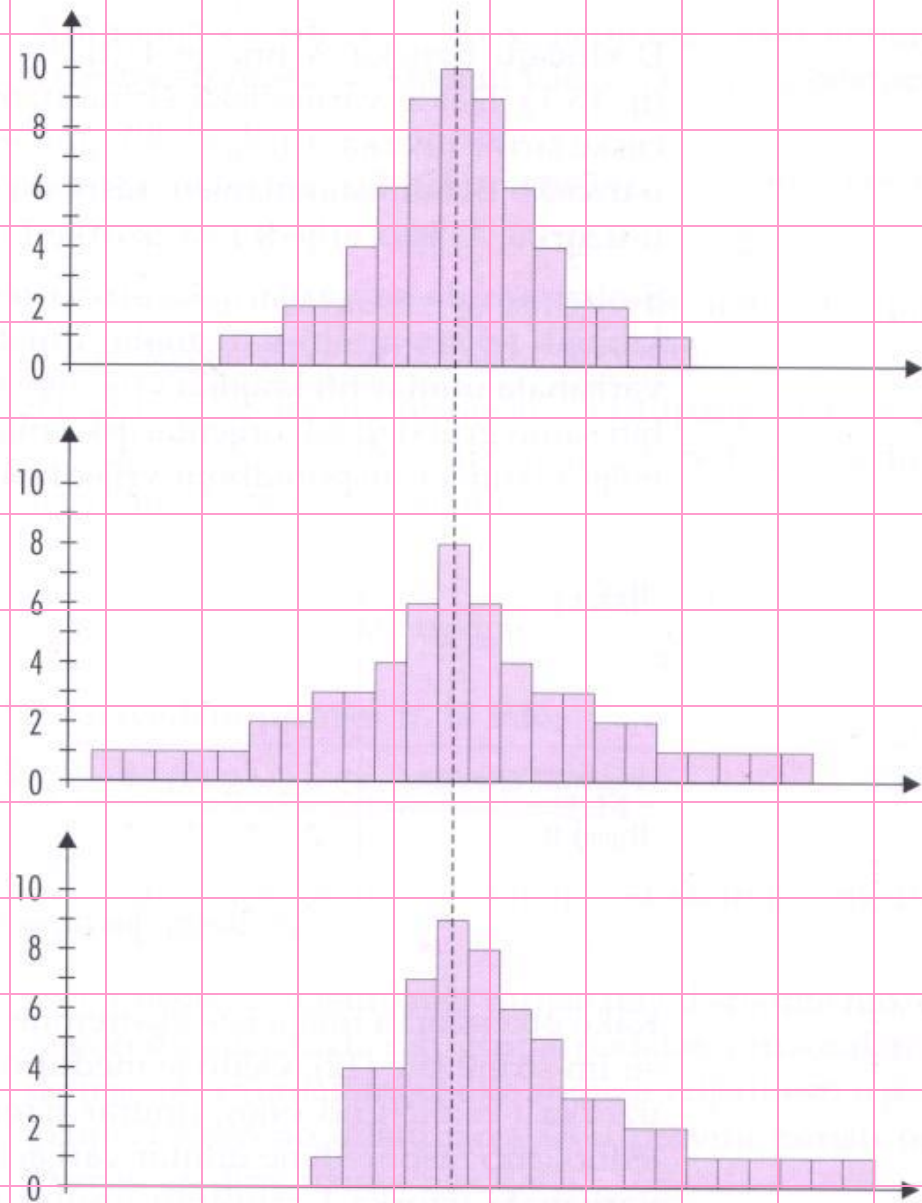


# Distribucije frekvencija različite varijabilnosti

- Manja koncentracija varijanata oko sredine
- Veća varijabilnost
- Veća različitost varijanata
- Širi frekvencijski poligon



**SLIKA 5.**  
Distribucije frekvencija istog  $n$ -a,  
istih aritmetičkih sredina, ali  
različitih varijabilnosti



# Apsolutna mjerila disperzije

- Varijacijska širina
- Standardna devijacija
- Varijanca

izražavaju se u istim mjernim jedinicama kao varijabla



# Relativno mjerilo disperzije

## ◆ Varijacijski koeficijent (%)

$$\text{C.V.} = \frac{100 \cdot s}{\bar{x}}$$





# Varijacijska širina ili raspon (vš)

- ◆ Najjednostavnije mjerilo – razlika između najveće i najmanje vrijednosti u uzorku
- ◆  $VŠ = X_{\max} - X_{\min}$
- ◆ Temelji se na vrijednostima graničnih varijanata
- ◆ Uzorak A:  $9 - 5 = 4$
- ◆ Uzorak B:  $13 - 1 = 12$

Uzorak I							*						
							*	*	*				
	*				*	*	*	*	*				*
Vrijednost varijanata	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Uzorak II	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

\* predstavljaju frekvencije pojedinih vrijednosti u uzorku



# Varijanca – $s^2$

- Uzima u obzir sve varijante distribucije i definira odstupanje svake varijante od sredine distribucije

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{SS}{n-1} = \frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1} = \frac{\text{sumakvadra ta}}{\text{brojslobodnih varijanata}}$$

- Prosječno kvadratno odstupanje varijanata od srednje vrijednosti uzorka

# Standardna devijacija

◆ Pozitivna vrijednost drugog korijena iz varijance

◆

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

	$x_A$	$(x_A - \bar{x}_A)$	$(x_A - \bar{x}_A)^2$
1	8.0	$8.0 - 9.0 = -1.0$	1.0
2	8.5	-0.5	0.25
3	8.5	-0.5	0.25
4	9.0	0.0	0.0
5	9.0	0.0	0.0
6	9.0	0.0	0.0
7	9.0	0.0	0.0
8	9.5	0.5	0.25
9	9.5	0.5	0.25
10	10.0	1.0	1.0
	$\Sigma x_A = 90.0$	$\Sigma(x_A - \bar{x}_A) = 0.0$	$\Sigma(x_A - \bar{x}_A)^2 = 3.0$

$$S^2 = 3.0/9.0 = 0.333$$

$$S = 0.57$$



	$X_B$	$(X_B - \bar{X}_B)$	$(X_B - \bar{X}_B)^2$
1	1.0	$1.0 - 9.0 = -8.0$	64.0
2	2.0	-7.0	49.0
3	3.0	-6.0	36.0
4	5.0	-4.0	16.0
5	9.0	0.0	0.0
6	9.0	0.0	0.0
7	13.0	4.0	16.0
8	15.0	6.0	36.0
9	16.0	7.0	49.0
10	17.0	8.0	64.0
	$\Sigma X_B = 90.0$	$\Sigma (X_B - \bar{X}_B) = 0.0$	$\Sigma (X_B - \bar{X}_B)^2 = 330.0$

$$S^2 = 330.0/9.0 = 36.67$$

$$S = 6.06$$



$$\bar{X}_A = \bar{X}_B$$

$$\bar{X}_A \neq \bar{X}_B$$

- Usporediti dva uzorka temeljem apsolutnih mjerila disperzije dozvoljeno je samo ako su im aritmetičke sredine iste.
- Usporedba uzoraka različitih sredina mora se obaviti pomoću varijacijskih koeficijenata.

# Primjer: mali uzorak

## Mjerila sredine:

- Aritmetička sredina
- Medijana
- Modus

## Mjerila varijabilnosti:

- Varijacijska širina
- Standardna devijacija
- Varijanca
- Varijacijski koeficijent





$n$	$X$ – dužina klipa kukuruza (cm)	$(X_A - \bar{x}_A)$	$(X_A - \bar{x}_A)^2$
1	21.0	21.0- 19.0=+2.0	4.0
2	18.0	-1.0	1.0
3	17.0	-2.0	4.0
4	19.0	0.0	0.0
5	22.0	+3.0	9.0
6	18.0	-1.0	1.0
7	14.0	-5.0	25.0
8	21.0	+2.0	4.0
9	13.0	-6.0	36.0
10	18.0	-1.0	1.0
11	22.0	+3.0	9.0
12	20.0	+1.0	1.0
13	21.0	+2.0	4.0
14	23.0	+4.0	16.0
15	18.0	-1.0	1.0
	$\Sigma x = 285.0$	$\Sigma(x - \bar{x}) = 0.0$	$\Sigma(x - \bar{x})^2 = 116.0$

<b>n</b>	<b>x</b>	<b><math>(x-18.0)^2</math></b>	<b><math>x^2</math></b>
<b>1</b>	<b>21.0</b>	<b>9.0</b>	<b>441.0</b>
<b>2</b>	<b>18.0</b>	<b>0.0</b>	<b>324.0</b>
<b>3</b>	<b>17.0</b>	<b>1.0</b>	<b>289.0</b>
<b>4</b>	<b>19.0</b>	<b>1.0</b>	<b>361.0</b>
<b>5</b>	<b>22.0</b>	<b>16.0</b>	<b>484.0</b>
<b>6</b>	<b>18.0</b>	<b>0.0</b>	<b>324.0</b>
<b>7</b>	<b>14.0</b>	<b>16.0</b>	<b>196.0</b>
<b>8</b>	<b>21.0</b>	<b>9.0</b>	<b>441.0</b>
<b>9</b>	<b>13.0</b>	<b>25.0</b>	<b>169.0</b>
<b>10</b>	<b>18.0</b>	<b>0.0</b>	<b>324.0</b>
<b>11</b>	<b>22.0</b>	<b>16.0</b>	<b>484.0</b>
<b>12</b>	<b>20.0</b>	<b>4.0</b>	<b>400.0</b>
<b>13</b>	<b>21.0</b>	<b>9.0</b>	<b>441.0</b>
<b>14</b>	<b>23.0</b>	<b>25.0</b>	<b>529.0</b>
<b>15</b>	<b>18.0</b>	<b>0.0</b>	<b>324.0</b>
	<b><math>\Sigma x = 285.0</math></b>	<b><math>\Sigma(x - \bar{x})^2 = 131.0</math></b>	<b><math>\Sigma x^2 = 5531.0</math></b>

# Mjerila sredine:

## Aritmetička sredina

## Medijana

## Modus

- Aritmetička sredina
- $285.0/15.0 = 19.0$  cm

- Medijana

13.0 14.0 17.0 18.0 18.0 18.0 18.0 19.0 20.0 21.0 21.0 21.0 22.0 22.0 23.0

- Modus
- 18.0 cm



**Mjerila varijabilnosti:**  
**Varijacijska širina**  
**Standardna devijacija**  
**Varijanca**  
**Varijacijski koeficijent**

- **Varijacijska širina**

$$v.š. = 23.0 - 13.0 = 10.0 \text{ cm}$$

- **Varijanca**

$$S^2 = 116.0 / 14.0 = 8.2857 \text{ cm}$$



- **Standardna devijacija**

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{8.2857} = 2.8784\text{cm}$$

- **Varijacijski koeficijent**

$$c.v. = \frac{100 \cdot s}{\bar{x}} = \frac{100 \cdot 2.8784}{19} = 15.149\%$$

